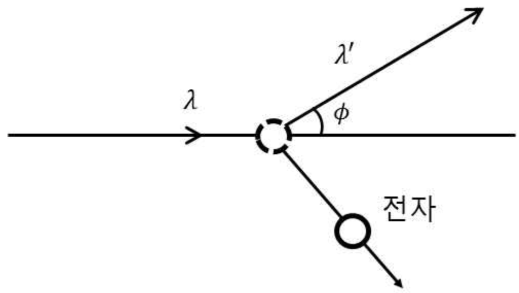
해설영상

23년 변리사 60회 1차 - 물리 10번

10. 그림은 콤프턴 실험에서 파장 λ 인 빛이 입사하면서 정지해 있던 전자와 충돌하고 각도 ϕ 인 방향으로 파장 λ' 인 빛이 산란하는 모습을 나타낸 것이다. 충돌 후 운동량의 크기가 p 인 전자가 튕겨나간다.

알려진 관계식 $\lambda'-\lambda=\lambda_C(1-\cos\phi)$ 와 운동량 보존법칙으로 구한 p^2 은? (단, $\lambda_C=\frac{h}{mc}$, h 는 플랑크 상수이고, c 는 진공에서의 빛의 속력이며, m 은 전자의 질량이다.)



① $\left(\frac{h}{\lambda}+\frac{h}{\lambda'}+\frac{h}{\lambda_C}\right)^2-\left(\frac{h}{\lambda_C}\right)^2$

② $\left(\frac{h}{\lambda}+\frac{h}{\lambda'}-\frac{h}{\lambda_C}\right)^2+\left(\frac{h}{\lambda_C}\right)^2$

③ $\left(\frac{h}{\lambda}-\frac{h}{\lambda'}+\frac{h}{\lambda_C}\right)^2-\left(\frac{h}{\lambda_C}\right)^2$

④ $\left(\frac{h}{\lambda}-\frac{h}{\lambda'}-\frac{h}{\lambda_C}\right)^2+\left(\frac{h}{\lambda_C}\right)^2$

⑤ $\left(\frac{h}{\lambda}-\frac{h}{\lambda'}-\frac{h}{\lambda_C}\right)^2-\left(\frac{h}{\lambda_C}\right)^2$

컴프턴 산란 (전체 전개 과장 포함 해설)

1. 입자(전자)

– 정지 질량 m , 운동 상태 질량 $m'=\frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$(\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}})$

– 입자의 상대론적 운동량 $p=\gamma mv$

– 입자의 상대론적 총 에너지 $E=\gamma mc^2$

– 입자의 상대론적 운동 에너지 $K=(\gamma-1)mc^2$

2. 광자

– 광자의 운동량 $p=\frac{h}{\lambda}$

– 광자의 에너지 $E=hf=h\frac{c}{\lambda}=pc$

3. 문제 해설

에너지 보존 : $E_e+E_\gamma=E_{e'}+E_{\gamma'}$

; $mc^2+\frac{hc}{\lambda}=\gamma mc^2+\frac{hc}{\lambda'}$ ⋯ ①

이때 $E_{e'}=\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$; $E_{e'}^2=\frac{m^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}}$ 이고

$p_{e'}=\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$; $p_{e'}^2c^2=\frac{mc^2v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}$ 이므로

$E_{e'}^2-p_{e'}^2c^2=\frac{m^2c^2(c^2-v^2)}{1-\frac{v^2}{c^2}}=m^2c^4$

; $E_{e'}=\sqrt{p_{e'}^2c^2+(mc^2)^2}$ 이를 ①의 γmc^2 에 대입하면

$mc^2+\frac{hc}{\lambda}=\sqrt{p_{e'}^2c^2+(mc^2)^2}+\frac{hc}{\lambda'}$

$p_{e'}^2c^2=(\frac{hc}{\lambda}+mc^2-\frac{hc}{\lambda'})^2-(mc^2)^2$

$=(\frac{hc}{\lambda}+\frac{hc}{\lambda_C}-\frac{hc}{\lambda'})^2-(\frac{hc}{\lambda})^2$

∴ $p_{e'}^2=(\frac{h}{\lambda}+\frac{h}{\lambda_C}-\frac{h}{\lambda'})^2-(\frac{h}{\lambda})^2$

정답 : ③